

ФІЗИКА. МАТЕМАТИКА

УДК 37.091.33:51

DOI: 10.37026/2520-6427-2021-107-3-111-115

Наталія КРУТОВА,

кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри природничо-математичної освіти
Рівненського обласного інституту
післядипломної педагогічної освіти,
м. Рівне, Україна
ORCID: 0000-0002-2033-2497
e-mail: natashulaj@gmail.com

ІМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНА ЗМІСТОВА ЛІНІЯ У ПРОДУКТИВНОМУ НАВЧАННІ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

Анотація. У статті обґрунтовано проблему формування ймовірнісно-статистичної змістової лінії в шкільному курсі математики. Основну увагу зацентовано на створенні дефініції класичної й статистичної ймовірності та переході до аксіоматичного підходу у формуванні поняття ймовірності та побудови ймовірнісної моделі випадкового експерименту. Наведено приклади компетентнісних задач, що ґрунтуються на роз'ясненні змісту й побудови математичної моделі. Поняття «продуктивне навчання» представлено як організовану співпрацю вчителя та учнів. Визначено один із найбільш ефективних інструментів продуктивного навчання учнів у процесі вивчення статистики і теорії ймовірності – інформаційні технології,

зокрема табличний процесор Microsoft Excel, а також імітаційно-моделюючу програму Phet, яка містить опис дій та навчальні цілі комп'ютерного експерименту. Окреслено сфери застосування ймовірнісно-статистичної лінії в соціологічних опитуваннях, зайнятості населення, виборах, біологічних і психологічних експериментах, клінічних дослідженнях лікарських засобів тощо. Наголошено на фундаментальності ймовірнісно-статистичної лінії та окреслено перспективні напрями її вивчення.

Ключові слова: ймовірнісно-статистична змістова лінія, продуктивне навчання, шкільний курс математики, ймовірність подій, математична модель, випробування, інформаційні технології.

Nataliia KRUTOVA,

Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor,
Department of the Natural
and Mathematical Education Department,
Rivne Regional Institute
of Postgraduate Pedagogical Education,
Rivne, Ukraine
ORCID: 0000-0002-2033-2497
e-mail: natashulaj@gmail.com

PROBABILISTIC AND STATISTICAL CONTENT LINE IN THE PRODUCTIVE TEACHING OF SCHOOL MATHEMATICS

Abstract. The article substantiates the problem of formation of probabilistic and statistical content line in the school course of mathematics. The tendency to introduce a probabilistic and statistical lines are reflected in various international researches. It has been focused on the definition of classical, statistical data, probability and on the transition to the axiomatic approach in the formation of the concept of probability and construction of probabilistic model on random experiment. It has been given examples of competency problems based on the explanation of the content and construction of a mathematical model.

The concept of «productive teaching» is considered as an organized cooperation of teachers and students,

which is aimed at maximum assimilation and awareness of educational material with the subsequent application of acquired knowledge, skills and abilities in practice and life situations.

The article describes one of the effective tools for productive teaching of students in the study of statistics and probability theory – information technologies, including Microsoft Excel spreadsheet and simulation program Phet, which provides a description of the actions and learning objectives of a computer experiment. Examples of expedient programs of mathematical purpose are given. It is mentioned about the support of studying the probabilistic and statistical line by special tasks and exercises in the

course of computer science. The areas of application of the probabilistic and statistical line in sociological surveys, employment, elections, biological and psychological experiments and clinical trials of drugs are outlined (an example is given). The fundamentals of the probabilistic and statistical line are emphasized and the perspective directions of its study are outlined.

Key words: *probabilistic and statistical content line, productive teaching, school course of mathematics, mathematical model, probability of events, tests, information technologies.*

Постановка проблеми. У період реалізації освітніх реформ очевидною є універсальність імовірно-статистичних законів, які вважаються основою для опису наукової картини світу. Сучасна інженерія, фізика, хімія, біологія, демографія, соціологія, політологія, лінгвістика, філософія, а також увесь комплекс соціально-економічних наук розвиваються саме на імовірно-статистичному підрунті.

На сьогодні українському суспільству потрібні люди, які здатні приймати нестандартні позитивні рішення, творчо мислити, добре орієнтуватися у складних життєвих ситуаціях та в питаннях професійної діяльності. Імовірнісний характер будь-яких явищ багато в чому визначає поведінку людини, а як наслідок – постає питання формування в здобувачів освіти відповідних практичних орієнтирів, розвитку загальної імовірнісної інтуїції.

Нині звичними для нас є такі процеси та явища, як соціологічні опитування, участь у виборах, узяття банківських кредитів, аналіз стану зайнятості населення та ін. Тобто суспільство прагне спрогнозувати зміни у різних сферах життя, а це, як відомо, вимагає хоча б елементарного уявлення про методи теорії ймовірності та математичної статистики.

На думку математиків, імовірно-статистична (або ж стохастична) лінія здатна не тільки відобразити реальність життя, а й повернути інтерес до математики, до її значущості й універсальності у виробленні певного стилю мислення здобувачів освіти.

Аналіз наукових досліджень і публікацій. Вважається, що теорія ймовірностей почала розвиватися з середини XVII століття. Першими кількісну оцінку ймовірності події дали французькі вчені П'єр Ферма і Блез Паскаль. У 1713 році з'явилась книга відомого швейцарського математика Якоба Бернуллі «Мистецтво припущень», в якій автор запропонував класичне визначення ймовірності випадкової події, виклав правила підрахунку ймовірності для складних подій, а також представив перший варіант ключового «закону великих чисел», який пояснює, чому частота події в низці випробувань не змінюється хаотично, а в певному сенсі прагне до свого граничного теоретичного значення (тобто ймовірності) (Вікіпедія. Теорія ймовірності, 2021).

Алгоритми математичної статистики, розроблені свого часу англійським ученим-математиком Карлом Пірсоном, і тепер широко застосовуються для аналізу прикладних вимірювань, перевірки гіпотез і прийняття рішень. Так, у дослідженні Н. Крутової, автора означеної статті, щодо розвитку інформаційно-комунікаційної компетентності вчителів математики критерій

згоди Пірсона χ^2 застосовувався з метою опрацювання одержаних даних, виявлення кількісних залежностей між досліджуваними явищами і перевірки достовірності результатів експериментального дослідження (Крутова, 2016, с.7).

А. Колмогоров, І. Журбенко, О. Прохоров у книзі «Вступ до теорії ймовірностей» на простих прикладах демонструють основні поняття теорії ймовірностей, зокрема розглядають не лише класичне визначення ймовірності, а й статистичне.

Під керівництвом Б. Гнеденка, засновника української школи теорії ймовірностей, було розроблено наочний метод розв'язання комбінаторних задач – так званий «метод траєкторій». Свою книгу «Курс теорії ймовірностей» автор розпочинає саме із класичного визначення цієї теорії, хоча пізніше Б. Гнеденко у дослідженні «Елементарний вступ до теорії ймовірностей» у співавторстві з А. Хінциним використовує тільки статистичне поняття ймовірності.

Я. Бродський, Л. Вороная, І. Жученко, Я. Морозович, О. Майко, В. Сенчевський, М. Тутаєва, М. Шмигевський та ін. займаються упровадженням якісної імовірно-статистичної освіти, зокрема розробкою прикладів зі стохастики для уроків математики, методикою навчання імовірно-статистичної лінії в шкільному курсі математики.

Філософські суперечки стосовно того, що таке ймовірність і в чому причина її стійкості, не припиняються дотепер. Зважаючи на це, і нині актуальним залишається питання формування імовірно-статистичного мислення в здобувачів освіти, що передбачає своєрідний аналітичний підхід у вирішенні важливих проблем, знаходження конкретних способів оцінки даних.

Мета статті – здійснити науковий аналіз проблеми формування імовірно-статистичної лінії в здобувачів освіти; розкрити методичні особливості продуктивного навчання імовірно-статистичної лінії шкільного курсу математики.

Виклад основного матеріалу дослідження. Питання опанування теорії ймовірності є одним із найважливіших напрямів модернізації математичної освіти, що викликане значимістю імовірно-статистичного знання в загальноосвітній підготовці та майбутній професійній діяльності здобувачів освіти в сучасному суспільстві.

Огляд вітчизняної і зарубіжної практики математичної освіти школярів засвідчує, що в усьому світі процес упровадження імовірно-статистичної лінії в шкільну програму відбувався впродовж кількох десятиліть XX – початку XXI століть і триває дотепер.

Імовірнісні методи та методи математичної обробки результатів спостережень у шкільному курсі математики починають викладати у 9-х класах із подальшим їхнім вивченням в 11-х. Імовірно-статистична змістова лінія містить значний обсяг матеріалу: елементи комбінаторики, випадкові події та способи їхнього вивчення, елементи теорії ймовірностей і математичної статистики. Стохастика, або наука про випадкове, стала складовою як шкільного курсу математики, так і багатьох досліджень, що відбуваються в математиці. Від загального обсягу шкільного курсу математики

теоретично-ймовірнісний цикл становить близько 2,5%. Зовнішнє незалежне оцінювання (*дали* – ЗНО) містить приблизно 8,5% завдань цієї змістової лінії. Представлена тенденція відображена у різних міжнародних дослідженнях, зокрема в дослідженні математичної грамотності PISA і TIMSS таких завдань до 20%.

Аналіз проблеми формування ймовірнісно-статистичної змістової лінії у здобувачів освіти виявляє низку причин:

1) нетиповість програмового матеріалу курсу математики;

2) відсутність усталених методик викладання стохастичної лінії здобувачам освіти;

3) неготовність самих учителів до викладу матеріалу з точки зору експериментальної, практичної, життєвої, а не «чистої» математики;

4) недостатність вивченої методики побудови й вивчення моделей реальних процесів та життєвих ситуацій у навчанні ймовірнісно-статистичної змістової лінії;

5) незначна кількість комп'ютерних математичних програм для обробки ймовірнісно-статистичних даних та їх передачі з метою збору і класифікації банків даних у подальшому використанні;

6) низька затребуваність ймовірнісно-статистичної лінії курсу математики внаслідок наявного рівня розвитку економіки в Україні (Тюрин та ін., 2009, с. 13–21).

Очевидно, що деякі з окреслених вище причин актуальні й нині.

Характер обґрунтування ймовірнісно-статистичної лінії в шкільному курсі математики передбачає роз'яснення змісту та формування таких умінь:

– перебір або підрахунок кількості конфігурацій елементів, які задовольняють задалегідь задані властивості;

– побудова найпростіших ймовірнісних моделей реальних процесів і явищ та їхнє використання для обчислення ризику, середніх значень випадкових величин, міри їхньої мінливості;

– аналіз емпіричних даних, який включає самостійний збір даних, проведення експериментів, первісну обробку статистичного матеріалу, статистичні висновки (Бродський, Павлов, 2008, с. 8).

Представлені вище прийоми діяльності стосуються відповідно статистики, ймовірності, комбінаторики, які взаємопов'язані й спрямовані на навчання учнів аналізу даних та створення математичної моделі ситуації.

У шкільному курсі математики основної школи відбувається формування поняття класичної й статистичної ймовірності. Зокрема, у старших класах можна перейти до аксіоматичного підходу формування поняття ймовірності та побудови ймовірнісної моделі випадкового експерименту.

Значення класичної ймовірності полягає в тому, що в багатьох випадках розглядається експеримент зі скінченною кількістю рівноможливих наслідків.

За класичним визначенням, ймовірністю події називають відношення кількості сприятливих для цієї події результатів до кількості всіх можливих результатів: $P(A) = \frac{k}{n}$.

У процесі вивчення можливості появи декількох подій у ході одного експерименту слід приділяти увагу

математичній моделі подій (наприклад, правило суми, правило добутку, події попарно несумісні, рівноможливі тощо).

Розглянемо ці прийоми діяльності на прикладах компетентнісних задач.

Приклад 1. 5 із 19 виробів мають прихований дефект. Яка ймовірність того, що з 8 навмання обраних виробів 5 виявляться стандартними, а 3 – із дефектами?

Задача потребує підрахунок кількості конфігурацій елементів та побудови моделі означеного процесу. Спочатку знайдемо загальну кількість усіх можливих результатів – число всіх різних способів обрати будь-яку кількість n виробів із загальної кількості N (без урахування порядку), тобто число комбінацій C_N^n . Після цього знайдемо кількість усіх способів обрати k стандартних виробів із K можливих – комбінацію C_K^k , а також кількість усіх способів обрати $n - k$ дефектних виробів із $N - K$ можливих – комбінацію C_{N-K}^{n-k} . За правилом добутку (оскільки обрали і стандартні, і дефектні вироби) перемножимо ці значення та отримуємо кількість необхідних для цього результатів – $C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}$.

За класичним визначенням ймовірності

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}. \quad (1)$$

За формулою (1) обчислюємо ймовірність того, що з 8 навмання обраних виробів 5 виявляться стандартними, а 3 – із дефектами:

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_{14}^5 \cdot C_5^3}{C_{19}^8} = \frac{2002 \cdot 10}{75582} = 0,26487.$$

У задачах такого типу замість виробів можуть фігурувати різні об'єкти, з яких відбувається вибір. Головне, щоб вони були двох типів, де один тип умовно вважається стандартним, а інший – дефектним. Після цього використовуємо представлену вище формулу для розв'язання задач.

У ході вирішенні завдань ймовірнісного характеру часто доводиться стикатися із ситуаціями, коли необхідно робити вибір. У сучасному житті усім нам час від часу необхідне вміння аналізувати й опрацьовувати розрізнену, а інколи й нестандартну інформацію, тобто вибір є важливою складовою нашого життя. Однак перш ніж обирати, необхідно спочатку прорахувати всі варіанти цього вибору, передусім хоча б уявити собі кількість цих варіантів.

Розглянемо математичну модель знаходження ймовірності появи хоча б однієї події.

Приклад 2. Для того, щоб вступити до університету на спеціальність «Менеджмент», абітурієнтові необхідно набрати під час ЗНО не менше ніж 120 балів із кожного з трьох предметів – української мови, математики та іноземної мови. Для вступу на спеціальність «Електроніка» також потрібно набрати 120 балів із кожного з трьох предметів – української мови, математики та фізики. Ймовірність того, що абітурієнт отримає 120 балів з української мови складає 0,6, з математики – 0,9, з іноземної мови – 0,8, з фізики – 0,6. Знайдіть ймовірність того, що абітурієнт зможе вступити хоча б на одну із двох спеціальностей.

Математична модель задачі:

1. Поява події A – вступ на спеціальність «Менеджмент».
2. Поява події B – вступ на спеціальність «Електроніка».
3. Поява обох подій – A і B .
4. Знайти ймовірність сумісної появи двох подій – A і B .
5. Знайти шукану ймовірність за теоремою додавання ймовірностей для сумісних подій: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \times B)$.

Усі три варіанти задовольняють вираз «хоча б одна подія».

Оскільки події незалежні, то до кожної події, враховуючи ймовірність кожного предмета (правило добутку), знаходимо:

$$P(A) = 0,6 \times 0,9 \times 0,8 = 0,432; P(B) = 0,6 \times 0,9 \times 0,7 = 0,378.$$

Ймовірність вступити і на спеціальність «Менеджмент», і на спеціальність «Електроніка» (ймовірність їх сумісної появи) складає:

$$P(A \times B) = 0,6 \times 0,9 \times 0,8 \times 0,7 = 0,3024.$$

Одночасно вступити на обидві спеціальності (і «Менеджмент», і «Електроніка») – події сумісні, а отже, ймовірність того, що абітурієнт зможе вступити хоча б на одну із них, складає:

$$P(A+B) = 0,432 + 0,378 - 0,302 = 0,508.$$

Таким чином, в абітурієнта є можливість вибору спеціальності з передбаченням найкращого результату.

У нашому дослідженні поняття «продуктивне навчання» слід розглядати як організовану співпрацю вчителя та учнів, що спрямована на максимальне засвоєння й усвідомлення навчального матеріалу з подальшим застосуванням отриманих знань, умінь і навичок у практичній діяльності та життєвих ситуаціях.

Зауважимо, що наступними важливими факторами (після обґрунтування ймовірнісно-статистичної лінії), які позначаються на продуктивності навчання, є методи та форми навчальної діяльності, які здатні плідно впливати на цей процес і підвищувати його ефективність. Інструменти, які нам потрібні для досягнення означених цілей, – це навички як спільної навчальної діяльності вчителів та учнів у досягненні дидактичних цілей і вирішенні завдань, так і особистої продуктивності (індивідуальні системи, здібності, мотивація й поведінка), що дозволяють керувати всіма вимогами

та варіантами виконання завдань (Бродський, Павлов, 2008).

Одним із ефективних інструментів продуктивного навчання учнів у ході вивчення статистики та теорії ймовірності є інформаційні технології, зокрема спеціалізовані комп'ютерні програми.

У процесі навчання теорії ймовірностей, комбінаторики і математичної статистики інформаційні технології доцільно використовувати у різних формах навчання – індивідуальній, груповій, практичній, дистанційній, змішаній та контрольній. У зв'язку з цим у нагоді стануть різноманітні програми: пакети програм математичного призначення (Mathematica, Mathway), навчальні тренажери та конструктори (Formula, Onlinemchool), імітаційно-моделюючі програмні засоби (Phet), навчально-ігрові (LearningAppas.org), начально-тестуючі (MyTest X, Online Test Pad) й офісні (Excel).

Доречними у ході вивчення ймовірнісно-статистичної лінії будуть і спеціальні задачі та вправи з курсу інформатики. Для аналізу кількісних характеристик використовують статистичні дослідження, кожне з яких складається із формування кількісних даних, що піддаються статистичному опрацюванню з метою проведення аналізу (Руденко та ін., 2018, с. 43). Щоб здійснити статистичний аналіз даних, використовуються можливості табличного процесора Microsoft Excel як найбільш доступного в користуванні. Програма дає змогу швидко здійснити всі необхідні обчислення незалежно від обсягу наявних даних. Таким чином, учень не лише отримує можливість закріпити теоретичні знання та самостійно застосувати їх на практиці, а й співвіднести результат, отриманий під час обчислювального практикуму, із комп'ютерними даними.

У ході вивчення теми «Статистика, теорія ймовірностей» з математики, базуючись на темі «Комп'ютерний експеримент та основи статистичного аналізу даних» з інформатики, доречно буде провести комп'ютерне моделювання з теорії ймовірностей за допомогою імітаційно-моделюючої програми Phet, продемонструвавши таким чином, як частота події наближується до постійного числа, що приймається за ймовірність при збільшенні числа експериментів.

Приклад 3. «Ймовірність Плінка» (екшен-гра).

Опис дій: опустіть кульки через трикутну сітку кілочків (див. рис. 1) і спостерігайте, як вони накопичуються в контейнерах. Переключіться на вигляд гістограми (див. рис. 2) та порівняйте розподіл кульок з ідеальним біноміальним розподілом.

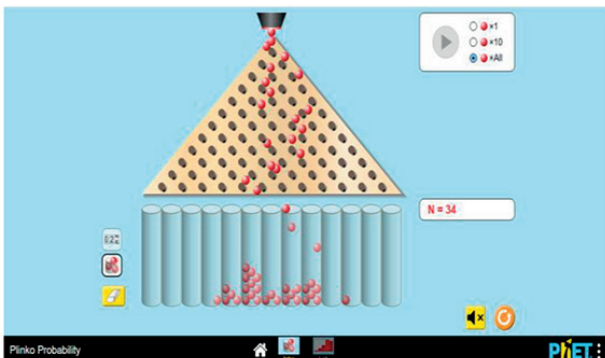


Рис. 1. Розподіл кульок у контейнерах

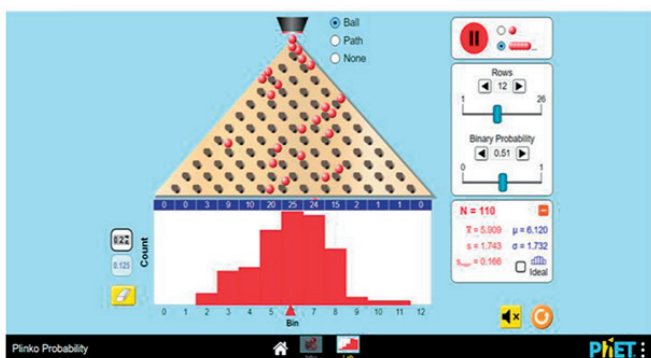


Рис. 2. Гістограма розподілу кульок

Налаштуйте двійкову ймовірність та розвивайте свої знання статистики!

Навчальні цілі:

- спрогнозуйте контейнер, куди може впасти одна кулька;
- повторіть випробування зі 100 кульками і порівняйте результати;
- підрахуйте кількість кульок у контейнерах і встановіть співвідношення між цією кількістю та ймовірністю падіння їх у контейнер;
- порівняйте та інтерпретуйте емпіричну й теоретичну статистику;
- виставте відносну частоту подій або змініть кількість кілочків та повторіть експеримент;
- застосуйте моделювання «Плінка» як модель до інших сценаріїв, де є зважена статистика (Інтерактивні симуляції для природничих наук і математики. Phet, 2021).

Таким чином, досить абстрактне поняття ймовірності події отримує наочний зміст. Таке використання інформаційних технологій сприяє розвитку культури організації обчислювального експерименту та конструктивного алгоритмічного мислення, стимулюванню пізнавальної діяльності, орієнтації на дослідницьку діяльність, формуванню ймовірнісно-статистичних уявлень (діаграми, наближені обчислення, гістограми тощо) та ключових компетентностей у реалізації міжпредметних зв'язків.

Ймовірнісно-статистична змістова лінія у продуктивному навчанні шкільної математики «зберігає і навіть посилює її фундаментальність, суттєво підвищуючи прикладну спрямованість навчання математики» (Бродський, Павлов, 2008, с. 7). Її результати сьогодні широко застосовуються в біологічних і психологічних експериментах та клінічних дослідженнях лікарських засобів. Наприклад, гіпотеза про те, що препарат, як правило, ефективний, підвищує ймовірність розподілу, який можна було б спостерігати, якби ця гіпотеза була правильною. Якщо спостереження приблизно узгоджуються з гіпотезою, то її вважають підтвердженою, якщо ж ні – то така гіпотеза відкидається.

Заперечним є незначна кількість сучасних пакетів математичних програм, зокрема й україномовних, для здійснення статистичного аналізу даних та знаходження ймовірностей випадкових подій. Крім того, недостатньо реалізуються міжпредметні зв'язки. Однак подальші перспективи розвитку освіти нерозривно пов'язані з використанням сучасних інформаційних технологій.

Висновки. Проблема формування ймовірнісно-статистичної лінії у продуктивному навчанні математики – надзвичайно вагомим, адже їй притаманні як загальноосвітня та загальнокультурна значущість, так і філософський світогляд. Ймовірнісно-статистична лінія суттєво розширює запас математичних моделей, якими мають володіти здобувачі освіти на сучасному етапі для опису реальних процесів і явищ. Крім того, вона має не лише значну прикладну цінність (уміння аналізувати випадкові фактори, прогнозувати розвиток ситуації, використовувати статистичну інформацію), а й відіграє важливу роль у розвитку мислення учнів, формує вміння приймати рішення як у типових ситуаціях, так і в невизначених однозначно умовах.

Перспективи подальших досліджень. Серед перспективних напрямів варто виокремити вивчення ймовірнісно-статистичної змістової лінії в умовах Нової української школи та розглядати її у складі інтегрованих курсів для здобувачів освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Теорія ймовірностей. (2021). *Wikipedia*: вільна енциклопедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_ймовірностей (дата звернення: 23.03.2021).

Крутова, Н. І. (2016). Розвиток інформаційно-комунікаційної компетентності вчителів математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04. Рівне. 21 с.

Тюрин, Ю. Н., Макаров, А. А., Высоцкий, И. Р., Яценко, И. В. (2009). Преподавание теории вероятностей и статистики в школе по учебному пособию «Теория вероятностей и статистика». *Математика в школе*. № 7. С. 13–21. URL: http://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/mat_7_09_tyurin.pdf (дата звернення: 07.04.2021).

Бродський, Я. С., Павлов, О. Л. (2008). Статистика, ймовірність, комбінаторика у старшій школі: навчальний посібник. Харків: Основа. 207 с.

Руденко, В. Д., Речич, Н. В., Потієнко, В. О. (2018). Інформатика: підручник для 10 (11) класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Ранок. 160 с.

Симуляції. (2021). *Phet*. URL: <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/browse>. (дата звернення 05.05.2021).

REFERENCES

Teoriia ymovirnostei [Probability theory]. (2021). *Wikipedia*: vilna entsyklopediia. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Teoriia_ymovirnostei (data zvernennia: 23.03.2021). [in Ukrainian].

Krutova, N. I. (2016). Rozvytok informatsiino-komunikatsiinoi kompetentnosti vchyteliv matematyky [Development of information and communication competence of mathematics teachers]: avtoref. dys. ... kand. ped. nauk: 13.00.04. Rivne. 21 s. [in Ukrainian].

Tyurin, Yu. N., Makarov, A. A., Vysotskiy, I. R., Yashchenko, I. V. (2009). Prepodavanie teorii veroyatnostey i statistiki v shkole po uchebnomu posobiyu «Teoriya veroyatnostey i statistika» [Teaching probability theory and statistics at school using the textbook «Probability theory and statistics»]. *Matematika v shkole*. № 7. S. 13–21. URL: http://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/mat_7_09_tyurin.pdf (data zvernennia: 07.04.2021). [in Russian].

Brodskiy, Ya. S., Pavlov, O. L. (2008). Statystyka, ymovirnist, kombinatoryka u starshii shkoli [Statistics, probability, combinatorics at senior schools]: navchalnyi posibnyk. Kharkiv: Osнова. 207 s. [in Ukrainian].

Rudenko, V. D., Rechyh, N. V., Potiienko, V. O. (2018). Informatyka: pidruchnyk dlia 10 (11) klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Informatics. Textbook for 10 (11) grades]. Kharkiv: Ranok. 160 s. [in Ukrainian].

Symuliatcii [Simulations]. (2021). *Phet*. URL: <https://phet.colorado.edu/uk/simulations/browse>. (data zvernennia 05.05.2021). [in Ukrainian].

Дата надходження до редакції: 23.06.2021 р.